RUPTURA ELÉTRICA EM UM PLASMA TOROIDAL EM HIDROGÊNIO

M. Roberto - C.A.B.Silva* - L.C.S.Góes** - J.P.Sudano**
UNESP - Campus de Guaratinguetá - DFQ - C.P. 205
Instituto de Estudos Avançados/CTA*
Instituto Tecnológico de Aeronáutica/CTA**

Resumo

Investigou-se por meio de um modelo zero-dimensional a fase inicial de ionização de um plasma toroidal produzido em hidrogênio. O modelo consiste em descrever a evolução temporal do plasma através da média espacial da densidade e temperatura das partículas, tomada sobre o volume do plasma. As equações envolvidas são, portanto, equações de balanço de energia e de partículas (elétrons e íons). A perda de elétrons é devida à difusão ambipolar na presença de campo magnético. Quanto à perda de energia dos elétrons inclui-se: ionização , processos de interação coulombiana e difusão. O transformador de aquecimento ôhmico fornece a voltagem inicial necessária à ruptura.

1 Introdução

O tokamak é um sistema fechado de confinamento magnético com geometria toroidal, possuindo um campo magnético toroidal induzido pela corrente poloidal, suplementado por um campo poloidal gerado pela corrente toroidal do próprio plasma. A corrente toroidal é criada pela variação do fluxo magnético induzido por um transformador elétrico. O acoplamento desses dois campos resulta num campo magnético helicoidal que confina o plasma [1].

O objetivo deste trabalho é investigar, do ponto de vista do modelo zero-dimensional, a ruptura elétrica do hidrogênio, através da evolução temporal da densidade dos elétrons e átomos neutros do plasma, da energia dos elétrons e íons, e da corrente de plasma, na fase inicial da descarga num tokamak, supondo que já existe uma densidade inicial de elétrons no instante $t = 0$. As equações envolvidas são, portanto, equações de balanço de energia e de partículas (elétrons e íons) [2].

Para o estabelecimento das condições iniciais utilizou-se os dados do tokamak TBR-1 [3], que é um tokamak de grande razão de aspecto, possuindo um campo toroidal bem maior que o campo poloidal, permitindo efetuar algumas aproximações nas equações de balanço, conforme será mostrado a seguir.

Na próxima seção serão apresentadas as equações básicas do modelo zero dimensional. Na seção 3 discutem-se os termos de produção e perda nas equações do ítem anterior. Finalmente, na seção 4, apresentam-se os resultados numéricos e as conclusões.

2 Equações Básicas

A descrição macroscópica do plasma é feita através das equações de transporte para a conservação do número de partículas, conservação de momento e conservação de energia. Mo modelo zero-dimencional considera-se uma forma simplificada das equações de transporte. Neste modelo, a equação de conservação de momento não é utilizada diretamente, sendo o plasma descrito por meio da média espacial, sobre o volume do plasma, da densidade e da energia das partículas. Portanto, no que concerne ao modelo interessam a equação de conservação de partículas e a equação de conservação de energia, isto é [2]:

$$\frac{\delta n_\alpha}{\delta t} + \vec{\nabla}.(n_\alpha \vec{u}_\alpha) = G_\alpha - P_\alpha \tag{1}$$

e

$$\frac{3}{2}\frac{\delta}{\delta t}(n_\alpha K T_\alpha) + \vec{\nabla}.(\frac{3}{2} n_\alpha K T_\alpha \vec{u}_\alpha) + \\ + n_\alpha K T_\alpha(\vec{\nabla}.\vec{u}_\alpha) + \vec{\nabla}.\vec{q}_\alpha = G_{E\alpha} - P_{E\alpha} \tag{2}$$

onde n_α ($\alpha = i$, e, para íons e elétrons, respectivamente) representa a densidade das partículas α, $\vec{u}_\alpha$ a velocidade macroscópica, T_α a temperatura, $\vec{q}_\alpha$ o vetor fluxo de calor; G_α e $G_{E\alpha}$ são a taxa de ganho de partículas e a taxa do ganho de energia por unidade de volume, P_α e $P_{E\alpha}$ são as respectivas taxas de perda por unidade de volume e K é a constante de Bolzmann. O 3o. termo do lado esquerdo da eq.(2) pode ser desprezado se considerarmos o plasma como fluído incompressível.

Tomando a média espacial sobre o volume do plasma V_p, das eqs. (1) e (2), pode-se definir um tempo de confinamento das partículas e um tempo de confinamento da energia das partículas [2], dados, respectivamente, por

$$\tau_\alpha = \frac{\bar{n}_\alpha V_p}{\int_S n_\alpha \vec{u}_\alpha . d\vec{s}} \quad (3)$$

e

$$\tau_{E\alpha} = \frac{3/2\bar{n}_\alpha K\bar{T}_\alpha V_p}{\int_S \left(\frac{3}{2} n_\alpha K T_\alpha \vec{u}_\alpha + \vec{q}_\alpha\right) . d\vec{S}} \quad (4)$$

onde a barra indica a média espacial e dS um elemento de área da superfície S que delimita o volume do plasma considerado. Daqui para frente a barra será omitida com o intuito de simplificador a notação .

Assim, pode-se escrever as equações de balanço para os elétrons e íons, com os respectivos termos de ganho e perdas, da seguinte forma:

- Densidade dos elétrons

$$\frac{dn_e}{dt} = n_e n_0 < \sigma v >_{e0} - \frac{n_{e0}}{\tau_e} \quad (5)$$

- Densidade de energia dos elétrons

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{3}{2} n_e K T_e\right) =$$
$$= P_{OH} - W_{ion} n_e n_0 < \sigma v >_{e0} - Q_{ie} -$$
$$- \frac{3}{2}\frac{n_e K T_e}{\tau_{Ee}} \quad (6)$$

- Densidade de energia de íons

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{3}{2} n_i K T_i\right) =$$
$$= Q_{ie} - \frac{3}{2} K T_i n_i n_0 < \sigma v >_{cx} -$$
$$- \frac{3}{2}\frac{n_i K T_i}{\tau_{Ei}} \quad (7)$$

- Densidade das partículas neutras

$$\frac{dn_0}{dt} = -n_e n_0 < \sigma v >_{e0} \quad (8)$$

Além da evolução temporal das partículas e da energia, há também o interesse na evolução da corrente de plasmas, designada por I. A equação que governa essa corrente é dada por [2]

$$L_P \frac{dI}{dt} + 2\pi R \eta \frac{I}{A} = V(t) \quad (9)$$

que liga o plasma com a tensão induzida $V(t)$.

Na próxima seção cada um desses termos será analisado em detalhe.

3 Termos de Perda e de Ganho no Balanço de Partículas e de Energia

- **Termo de ganho de elétrons $n_e n_0 < \sigma v >_{e0}$:**

O fator $< \sigma v >_{e0}$ é o parâmetro Maxwelliano para a reação $H_2 + e \rightarrow H_2^+ + 2e$; este parâmetro é dado pelo ajuste polinomial de dados experimentais [4]:

$$< \sigma v >_{e0} =$$
$$= exp\left[A_0 + \sum_{i=1}^{n} A_i \left(ln K T_e\right)^i\right] \quad (10)$$

- **Termo de perda de elétrons por difusão n_e/τ_e:**

O tempo característico de difusão é dado por,

$$\tau_e = \frac{\Lambda^2}{D} = \left(\frac{a}{2,4}\right)^2 \frac{1}{D} \quad (11)$$

onde a é o raio menor do toróide e Λ é o comprimento característico de difusão, o qual descreve os efeitos geométricos sobre o problema de perda de partículas que se difundem. Como o tokamak em questão possui grande razão de aspecto, uma aproximação cilíndrica pode ser utilizada, para a qual $\Lambda = a/2.4$ [5]. No processo de perdas por difusão de elétrons, foi usado o coeficiente de difusão ambipolar na presença de campo magnético ($D = D_{\perp a}$), dado que interações entre íons e elétrons não pode ser desprezada ($\Lambda >> \lambda_D$) (λ_D é o comprimento de Debye). Esse coeficiente é dado por [6]

$$D_\perp a = D_a X_a\,, \quad (12)$$

onde D_a é o coeficiente de difusão ambipolar e X_a é termo de correção devido à presença do campo magnético, dados por

$$D_a = \frac{(T_i + T_e)(D_i D_e)}{T_i D_e + T_e D_i}, (T_e \; em \; ev) \quad (13)$$

$$X_a = \frac{1}{1 + \mu_e \mu_i B^2} \quad (14)$$

onde $D_\alpha = KT_\alpha / m_\alpha \nu_{\alpha 0}$, é o coeficiente de difusão livre e $\mu_\alpha = e/m_\alpha \nu_{\alpha 0}$ é a mobilidade. O termo $\nu_{\alpha 0} = n_0 \sigma_{\alpha 0} (KT_\alpha / m_\alpha)^{1/2}$ é a frequência de colisão entre elétrons (íons) e a molécula neutra, $\sigma_{\alpha 0}$ é a seção de choque e m_α é a massa de partículas α = elétron íon.

- **Potência de aquecimento ôhmico P_{OH}:** (2)

$$P_{OH} = \eta J^2 = \eta \frac{I^2}{A^2}$$

onde η = resistividade do plasma
I = corrente de plasma
A = seção reta do toróide
A resistividade é dada por [7,8]

$$\eta = \frac{m_e \nu_{e0}}{n_e e^2} + \frac{\pi e^2 \sqrt{m_e}}{(KT_e)^{3/2}(4\pi E_0)^2} \qquad (15)$$

onde o 1º termo representa a resistividade para um plasma fracamente ionizado, o qual predomina no início da descarga e o 2º termo é a resistividade para um plasma totalmente ionizado.

- **Corrente de Plasma I:**

O parâmetro L_p que comparece na eq. (5) refere-se à indutância interna do plasma, escrita como [9]

$$L_p = \mu_0 R \left\{ ln \frac{8R}{a} - \frac{7}{4} \right\} \qquad (16)$$

onde R = raio maior
a= raio menor

- **Termo de perda de energia por difusão de elétrons:**

$$\frac{3}{2} \frac{n_e K T_e}{\tau_{Ee}}$$

onde será suposto $\tau_{Ee} = \tau_e$, uma vez que durante o processo de difusão os elétrons também transportam energia.

- **Termo de perda de energia dos elétrons devido à ionização**

Este termo é dado por $n_e n_0 < \sigma v >_{e0} W_{ion}$, onde $Wion$ é a energia necessária para ionizar a molécula de H_2.

- **Termo de aquecimento dos íons Q_{ie}:** [8]

Os íons são aquecidos pela transferência de energia dos elétrons. Assim

$$Q_{ie} = 3 \frac{m_e}{m_i} \frac{n_e K (T_e - T_i)}{\tau_c}, \qquad (17)$$

onde o tempo de colisão é dado por

$$\tau_c = \frac{3}{4} \sqrt{\frac{m_e}{2\pi}} \frac{(KT_e)^{3/2}}{n_i \lambda e^4}. \qquad (18)$$

Aqui, λ é o logarítmo de Coulomb dado por

$$\lambda = 23 - ln(n_e^{1/2} T_e^{-3/2}) \; se \; T_e < 10eV$$

$$\lambda = 24 - ln(n_e^{1/2}/T_e) \; se \; T_e > 10eV$$

- **Termo de perda de energia dos íons, por difusão**

$\frac{3}{2}\frac{n_i K T_i}{\tau_{Ei}}$, onde supõe-se $\tau_{Ei} = \tau_e$, pois a difusão considerada é ambipolar, onde elétrons e íons encontram-se acoplados. Como pode ser visto das expressões (11) e (13) o tempo característico de difusão de íons é igual a τ_e, mostrando, assim, que é justificável a suposição feita acima.

- **Termo de perda de energia dos íons por troca de carga com o gás neutro**

Este termo é dado por

$$\frac{3}{2} K T_i n_i n_0 < \sigma v >_{cx},$$

onde novamente

$$< \sigma v >_{cx} = exp \left[A_0 + \sum_{i=1}^{n} A_i ln(KT_i)^i \right]$$

[4], válida para a reação

$$H_2^{+*} + H_2 \rightarrow H_2^+ + H_2^*$$

O asterisco designa partícula com grande energia cinética.

Introduzindo a quase neutralidade $n_2 \cong n_i$, supondo $\tau_e = \tau_{Ee} = \tau_{Ei}$ e isolando as derivadas temporais de KT_e e KT_i nas equações (6) e (7), obtém-se um sistema de equações diferenciais não lineares para as variáveis independentes $n_e(t)$, $KT_e(t)$, $KT_i(t)$, $n_0(t)$ e $I(t)$, o qual foi resolvido pelo método de Runge-Kutta de 4a. ordem.

4 Resultados Numéricos Obtidos e Conclusão

Os valores dos parâmetros utilizados na simulação são os seguintes:

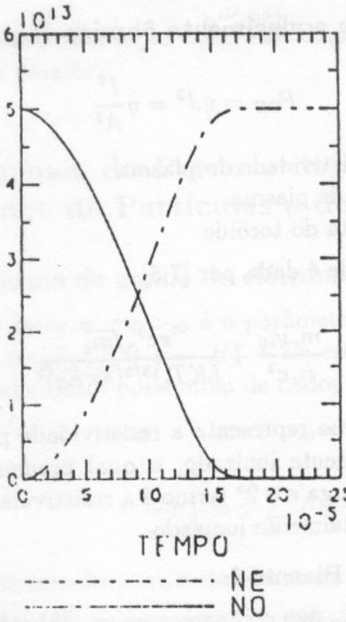
- Raio maior: $R = 30\,\text{cm}$
- Raio menor: $a = 8\,\text{cm}$
- Energia de ionização para a molécula de H_2 : $Wion = 13\,\text{eV}$
- Seções de choque elétron-átomo neutro e íon-átomo neutro:

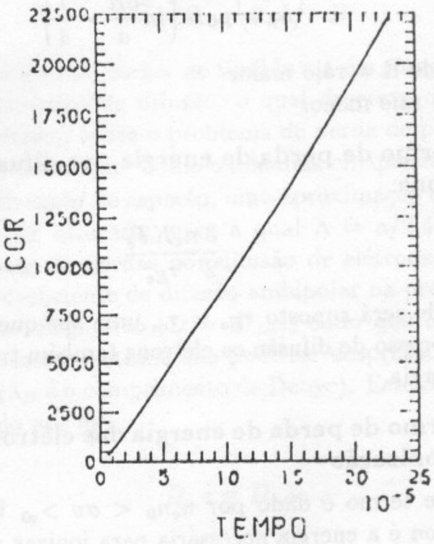
$$\sigma_{e0} = \sigma io \sim 1 \times 10^{-15} cm^2$$

Como condição inicial ($t = 0$) foi suposto $n_e = 5.0 \times 10^{10}\,\mathrm{cm}^{-3}$, $n_0 = 5.0 \times 10^{13}\,\mathrm{cm}^{-3}$, $KT_e = 0.5\,\mathrm{eV}$, $KT_i = 0,1\,\mathrm{eV}$, $I = 0$. A tensão de enlace que aparece na eq. (9), que e a tensão que provoca a ruptura do gás, foi suposta igual a 70 V [3,10,11]. O campo magnético B, que aparece na eq. (14) foi suposto igual a 0,4 Tesla [3]. Os parâmetros (R, a, V, B) correspondem ao tokamak TBR-I da USP.

A figura 1 mostra gráficos da evolução temporal da densidade dos elétrons, dos átomos neutros, da energia dos elétrons e íons e da corrente de plasma, para tempo até 0.25 ms. A figura 2 mostra a evolução temporal das mesmas grandezas para tempo até 25 μs. Observa-se nessa figura uma subida rápida para a energia dos elétrons, com um pico da ordem de 14 eV, em resposta à potência ôhmica aplicada. Esse pico provavelmente ocorre devido à energia fornecida pelo campo elétrico aos elétrons já presentes no toróide em $t = 0$, considerando-se a pequena massa dos elétrons e a sua baixa densidade inicial. A seguir a energia dos elétrons cai, dado que começa a haver a ionização do gás, como se pode ver da figura 1 na curva $n_e(t)$. Observa-se que quando $n_e(t) \simeq$ constante, a energia dos elétrons volta a subir, como era esperado, já que todo o gás foi ionizado. A corrente de plasma sobe até aproximadamente 23 KA, conforme é mostrado na figura 1. O programa termina quando todo o gás foi ionizado. Nenhuma alteração significativa foi observada variando-se o campo magnético. Evidentemente, se a tensão de enlace for maior que 70 V, a ionização se processa de forma mais rápida. A densidade inicial de elétrons não pode ser inferior a aproximadamente $5 \times 10^{9}\,\mathrm{cm}^{-3}$, senão o termo de perdas excede o termo de produção de elétrons. Resultados experimentais do TBR-I mostram razoável concordância com os resultados obtidos [11].

Conclui-se que, com o modelo zero-dimensional, é possível investigar a ruptura do plasma e a evolução temporal da densidade dos elétrons e partículas neutras, a energia dos elétrons e íons e da corrente de plasma. É importante observar que os termos que aparecem nas equações de balanço são válidos apenas nessa fase inicial.





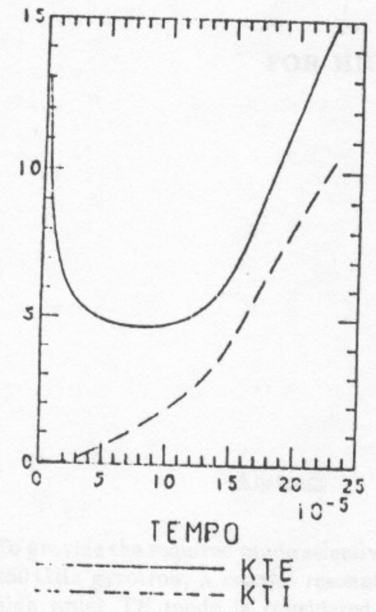
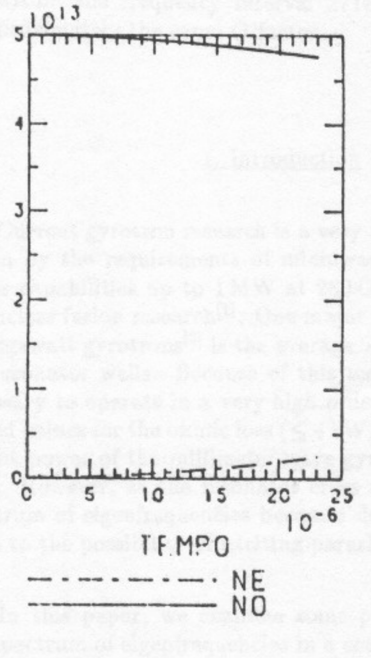
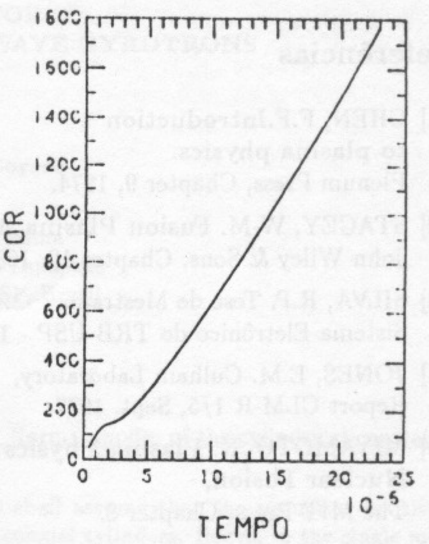


Figura 1.



Evolução temporal da densidade dos elétrons, átomos neutros, corrente e energia dos elétrons e íons, para $V = 70$ V e tempo até 0.25 ms.



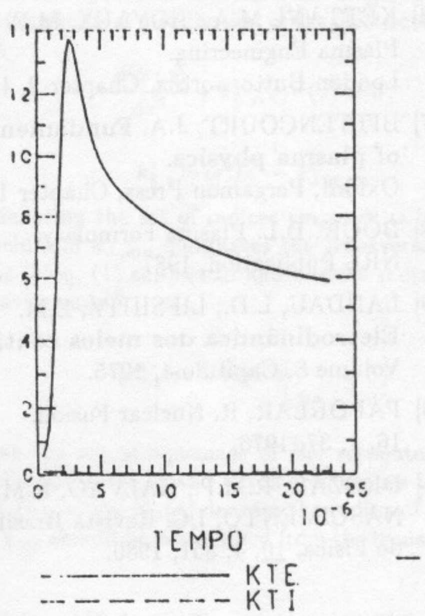


Figura 2. Idem a Fig. 1, só que para tempo até 25 μs.

Referências

[1] CHEN, F.F. **Introduction to plasma physics.** Plenum Press, Chapter 9, 1974.

[2] STACEY, W-M. **Fusion Plasma Analysis.** John Wiley & Sons, Chapter 12, 1981.

[3] SILVA, R.P. Tese de Mestrado. Sistema Eletrônico do TRB-USP - 1980.

[4] JONES, E.M. Culham Laboratory, Report CLM-R 1/5, Sept. 1977.

[5] MIYAMOTO, K. **Plasma Physics for Nuclear Fusion,** The MIT Press, Chapter 8.

[6] KETTANI, M.A.; HOYAUX, M.F. Plasma Engineering. London Butterworths, Chapter 2, 1973.

[7] BITTENCOURT, J.A. **Fundamentals of plasma physics.** Oxford, Pergamon Press, Chapter 10, 1986.

[8] BOOK, D.L. Plasma Formulary. NRL Publication, 1987.

[9] LANDAU, L.D.; LIFSHITZ, E.M. **Eletrodinâmica dos meios contínuos.** Volume 8, Capítulo 4, 1975.

[10] PAPOULAR, R. Nuclear Fusion. 16, 1, 37, 1976.

[11] DROZAK, R.M.P.; GALVÃO, R.M.O.; NASCIMENTO, I.C. Revista Brasileira de Física. 10, 4, 851, 1980.