

PROJETO E AVALIAÇÃO TEÓRICA DO DESEMPENHO  
DE ESTRUTURAS ACELERADORAS DE ELÉTRONS.

Celso Fuhrmann e Valdir A. Serrão

Centro Técnico Aeroespacial - Instituto de Estudos Avançados  
São José dos Campos - SP

ABSTRACT

A method to calculate the dimensions of a constant gradient disk-loaded structure of a linear accelerator is presented. The method is based on a description of the RF power flux along the structure axis and involves a particular dispersion relation that includes details of the iris geometry. The dimensions of the  $v_p = c$  structure and of the buncher section of the CTA/IEAV linear accelerator, have been determined as an application of the above method. The theoretical performance of the accelerating structure has been evaluated for electron pulse widths ranging from 10 ns to 2  $\mu$ s and for peak current up to 10 A.

1. INTRODUÇÃO

A técnica empregada no cálculo das dimensões das estruturas do acelerador linear de elétrons do CTA/IEAV /1/ baseia-se, fundamentalmente, na teoria utilizada por Bernard /2/ e Chodorow et al. /3/. Supondo-se definidas as principais características do acelerador a ser projetado (potência RF, energia, comprimento da estrutura, frequência de funcionamento), o método consiste em impor-se as leis de variação do campo elétrico acelerador,  $E_0(z)$ , e da fase dos elétrons em relação à onda RF,  $\phi(z)$ ; o cálculo das dimensões individuais das cavidades de uma estrutura, capaz de gerar o campo imposto, é então possível através da equação que descreve a difusão da potência RF e da relação de

dispersão.

Para o acelerador do CTA/IEAV, que deve ser capaz de acelerar um feixe de alta corrente em pulsos estreitos (tipicamente 10 A e 10 ns), optou-se pela frequência  $f_0 = 1300$  MHz (banda L). O comprimento de cada uma das duas estruturas aceleradoras foi escolhido em aproximadamente 2m (ver apêndice), dimensão resultante de avaliações preliminares de desempenho e realistas com relação ao projeto dos tanques utilizados no processo de eletroformação das seções. A estrutura  $v_p = c$  ( $v_p$  sendo a velocidade de fase da onda no guia) será do tipo "gradiente constante a corrente nula" e deverá operar no modo  $2\pi/3$ . O conjunto de duas estruturas será alimentado por uma válvula "klystron", capaz de gerar 60 kW de potência média em pulsos de 20 MW de potência de pico. A energia nominal do acelerador, à corrente nula, é de 30 MeV:12 MeV para a primeira estrutura, composta de uma seção agrupadora e de uma seção  $v_p = c$  e 18 MeV para a segunda estrutura,  $v_p = c$ . Esses dados permitem avaliar, em aproximadamente 9 MV/m, a intensidade do campo elétrico acelerador efetivo, que deve ser mantido na estrutura a ser projetada. São adotados assim, para a segunda estrutura do acelerador, os seguintes valores:

$$E_0 = 9 \text{ MV/m} \text{ e } \phi = 20^\circ \quad (1)$$

No caso da seção agrupadora, é imposto um crescimento senoidal para o campo elétrico e uma variação linear para o cosseno do ângulo de fase /3/:

$$E_0(\xi) = G + H \sin(\xi - 0,5)\pi \quad (2a)$$

$$\cos \phi(\xi) = \cos \phi_i + (\cos \phi_f - \cos \phi_i)\xi, \quad (2b)$$

onde:

$\xi$  é a coordenada axial normalizada,  $\xi = z/L$ ,  $L$  sendo o comprimento da seção  $\phi_i$  e  $\phi_f$  são, respectivamente, as fases dos elétrons no início e no fim do agrupador e,  $G, H, \phi_i$  e  $\phi_f$  são escolhidos levando em conta o desempenho nominal do agrupador a ser projetado.

## 2. DETERMINAÇÃO DO COMPRIMENTO DAS CAVIDADES.

A energia cinética de um elétron que atravessa a estrutura caracterizada pelas Eqs. 1 ou 2, pode ser calculada pela expressão

$$W(\xi) = W_0 + eL \int_0^\xi E_0(\xi') \cos \phi(\xi') d\xi', \quad (3)$$

onde  $W_0$  é a energia do elétron ao entrar na estrutura. Conhecida a energia cinética, pode-se calcular a energia reduzida,  $\psi(\xi)$ , e a velocidade relativa do elétron,  $\beta(\xi)$ , em todo ponto:

$$\psi(\xi) = 1 + [W(\xi)/m_0c^2], \quad (4)$$

$$\beta(\xi) = \{1 - [\psi(\xi)^{-2}]^{1/2}\}^{-1/2}, \quad (5)$$

onde  $m_0c^2$  é a energia de repouso do elétron.

A Eq. 5 permite o cálculo do comprimento  $D(\xi)$  de cada uma das cavidades do agrupador, cujas dimensões são definidas no esquema da Figura 1. Impondo-se que o elétron percorra cada cavidade em um tempo igual a 1/3 do período da onda eletromagnética,  $T_0$ , correspondendo ao modo de operação  $2\pi/3$ , podemos escrever:

$$D(\xi) = \frac{1}{3} \beta(\xi) c T_0 = \frac{1}{3} \lambda_0 \beta(\xi) \quad (6)$$

onde  $\lambda_0 = c/f_0$  é o comprimento de onda no espaço livre. Evidentemente, para elétrons ultrarelativísticos,  $D = \lambda_0/3$ .

Estudos preliminares permitiram a escolha da espessura das íris,  $T$ , em 12mm. O orifício central de cada íris deve possuir bordas arredondadas.

## 3. CÁLCULO DOS DIÂMETROS 2a E 2b

O fluxo de potência no interior do guia corrugado é igual ao valor médio da parte real do fluxo do vetor de Poynting, calculado através da superfície normal ao eixo de propagação do guia:

$$P = \frac{1}{2} \iint \text{Re}(\vec{E} \times \vec{H}^*) \cdot d\vec{S}. \quad (7)$$

As expressões dos campos na região central da estrutura ( $r \leq a$ ) são dadas, tomando-se apenas os componentes de primeira ordem, por /4/:

$$E_r = jE_0 (k_3/k_1) J_1(k_1r) \exp[j(\omega t - k_3z)],$$

$$H_\theta = j(E_0/Z_0) (k_0/k_1) J_1(k_1r) \exp[j(\omega t - k_3z)],$$

onde:

$E_0$  é a amplitude do campo elétrico acelerador,

$Z_0 = (\mu_0/\epsilon_0)^{1/2}$  a impedância do espaço livre,

$k_0 = 2\pi/\lambda_0 = 2\pi f_0/c$  o número de onda no espaço livre,

$k_3(\xi) = 2\pi/\lambda_g(\xi) = 2\pi/\lambda_0\beta(\xi)$  o número de onda no guia,

$$k_1^2 = k_0^2 - k_3^2 \text{ e}$$

$\omega = k_0c$  a frequência angular da RF.

Assim, temos para equação da potência:

$$P = \frac{\pi E_0^2}{Z_0} \frac{k_0 k_3}{k_1^2} \frac{a^2}{2} [J_1^2(k_1 a) - J_0(k_1 a) J_2(k_1 a)] \quad (8)$$

Para uma estrutura aceleradora temos:  $v_p = c$ ,  $k_3 = k_0$  e, então,  $k_1 = 0$ . Neste caso, a Eq. 8 reduz-se a:

$$P = \frac{\pi E_0^2 k_0^2 a^4}{16Z_0} = \frac{\pi^3 E_0^2 a^4}{4Z_0 \lambda_0^2} \quad (9)$$

Os diâmetros dos orifícios das íris do agrupador ou da estrutura aceleradora (2a) são, então, calculados, respectivamente, pelas Eqs. 8 e 9.

Conhecendo-se o valor de 2a, o diâmetro 2b pode ser determinado através da relação de dispersão do guia corrugado /2/:

$$\frac{F_{01}(k_0 a)}{F_{00}(k_0 a)} = 2k_0 a \frac{D - T}{T} \times \sum_{m=-\infty}^{m=+\infty} \frac{J_1(k_{1m} a)}{(k_{1m} a) J_0(k_{1m} a)} \frac{J_1(k_{3m} D/2)}{(k_{3m} D/2)} \frac{\text{sen}(k_{3m} D/2)}{(k_{3m} D/2)} \quad (10)$$

com:

$$\begin{aligned} F_{0n}(k_0 r) &= N_0(k_0 b) J_n(k_0 r) - J_0(k_0 b) N_n(k_0 r), \\ k_{3m} &= k_1 + 2\pi m/D, \\ k_{1m}^2 &= k_0^2 - k_{3m}^2. \end{aligned} \quad (11)$$

Na prática, esta equação é resolvida numericamente limitando-se o número de termos do somatório. Verifica-se que, para  $|m| \geq 2$ , os termos da relação de dispersão tornam-se desprezíveis.

#### 4. DISSIPAÇÃO DE POTÊNCIA NO GUIA

A potência total dissipada na estrutura por efeito Joule pode ser representada por (Figura 1):

$$P_t = P_a + P_b + P_l, \quad (12)$$

onde  $P_a$ ,  $P_b$  e  $P_l$  são, respectivamente, as potências dissipadas na borda interna da íris, na superfície interna da cavidade e nas paredes laterais das íris:

$$\begin{aligned} P_a &= X \frac{k_0^2}{k_1^2} a T J_1^2(k_1 a), \\ P_b &= X \frac{bD^2}{D - T} \left[ \frac{J_0(k_1 a)}{J_0(k_1 (D - T)/2)} \frac{F_{01}(k_0 b)}{F_{00}(k_0 a)} \right]^2 \quad \text{e} \quad (13) \end{aligned}$$

$$P_l = X \left[ \frac{D}{D - T} \right]^2 \left[ \frac{J_0(k_1 a)}{J_0(k_1 (D - T)/2)} \right] \left\{ b^2 \left[ \frac{F_{01}(k_0 b)}{F_{00}(k_0 a)} \right]^2 - a^2 \left[ \frac{F_{01}^2(k_0 a)}{F_{00}^2(k_0 a)} - \frac{F_{02}(k_0 a)}{F_{00}(k_0 a)} \right] \right\}.$$

$$\text{onde } X = (\pi^3 f_0 \mu_0 / \sigma)^{1/2} E_0^2 / Z_0^2.$$

As Eqs. 13 representam aproximações de primeira ordem e, assim, permitem apenas o cálculo aproximado da potência dissipada na estrutura. O problema pode ser contornado adequadamente, multiplicando-se o segundo membro da Eq. 12 por uma constante cujo valor é obtido empiricamente, seja por comparação entre os valores teórico e experimental da atenuação de uma porção da estrutura, seja pela comparação dessa atenuação com valores encontrados na literatura, para aceleradores que possuam características semelhantes às da máquina que se deseja projetar.

Dessa forma, conhecendo-se a potência de pico,  $P_0$ , a ser injetada em uma estrutura (agrupadora ou aceleradora), e estando impostas as leis de variação do campo elétrico e da fase dos elétrons (Eqs. 1 ou 2), as dimensões da primeira cavidade da estrutura - D, 2a, 2b - são obtidas, respectivamente, pelas Eqs. 6, 8 ou 9 e 10. Em seguida, calcula-se a potência dissipada nessa cavidade (Eqs. 12 e 13). Deduz-se, assim, a potência injetada na segunda cavidade e repete-se sistematicamente o processo para as demais cavidades da secção. Uma vez conhecidas as dimensões da estrutura e a potência dissipada em função da posição axial, os seguintes parâmetros são calculados /5/:

IL: coeficiente médio de atenuação,

$v_g/c$ : velocidade de grupo relativa média,

t: tempo de enchimento da estrutura com RF

W: energia armazenada na estrutura.

#### 5. RESULTADOS

A primeira estrutura aceleradora é composta de uma secção agrupadora de 0,358 m (6 cavidades) seguida de uma secção aceleradora de 1,614m (21 cavidades). No agrupador, de acordo com a Eq. 2 definimos:

$G = 6,5 \text{ MV/m}$ ,  $H = 2,5 \text{ MV/m}$ ,  $\phi_i = 70^\circ$  e  $\phi_f = 20^\circ$ ; na secção seguinte  $E_0 = 9 \text{ MV/m}$  e  $\phi = 20^\circ$  (Eq. 1). A potência nominal injetada em cada estrutura é de 8 MW, o fator de correção da potência dissipada igual a 0,79 /5/ e a energia cinética dos elétrons injetados de 100 KeV. A Figura 2a mostra as variações da velocidade de grupo relativa e da dimensões do agrupador. Para a segunda estrutura aceleradora, os resultados são vistos na Figura 2b. Esta estrutura contém 27 cavidades num total de 2,075m e gera um campo elétrico acelerador de 9MV na ausência do feixe.

#### 6. DESEMPENHO DA ESTRUTURA ACELERADORA

A avaliação do desempenho da estrutura aceleradora ( $v_p = c$ ) é feita com base na teoria desenvolvida por Haimson /6/.

O acelerador está sendo projetado para operar tanto em regime transitório, com pulsos estreitos e intensos (10 A, 10 ns), quanto em regime de estado estacionário, com pulsos largos e de menor intensidade (1,2 A, 2  $\mu$ s). A frequência máxima de repetição dos pulsos de elétrons é de 800Hz.

A energia média adquirida pelos elétrons ao atravessarem a estrutura aceleradora é calculada pela expressão /7, 8, 9/:

$$\bar{V} = V_0 \cos\phi - F_c \bar{I} ,$$

onde:

$$V_0^2 = r_0 L P_0 [1 - \exp(- 2IL)] ,$$

$$F_c = (R/\Delta) \int_0^\Delta B(t)f(t) dt ,$$

R é um fator de correção /9/,

$\Delta$  a largura total do pulso de elétrons,

$$B(t) = \frac{r_0 L/2}{1 - \exp(- 2IL)} [1 - A(t) \exp(- 2IL) - \exp(- A(t))]$$

e

$$A(t) = 2\pi f_0 t/Q .$$

Conhecidas as dimensões das cavidades da estrutura, a impedância shunt média,  $r_0$ , e o coeficiente de qualidade médio,  $Q$ , são calculados pelo programa SUPERFISH /10/.

A função  $f(t)$  define a forma do pulso de elétrons. Para pulsos de duração inferior a 10 ns é utilizada a forma gaussiana; caso contrário é admitida uma forma trapezoidal, com tempos de subida e descida de 5ns /7/.

O desempenho teórico da segunda estrutura do acelerador linear de elétrons, para o regime de operação em estado estacionário, é mostrado na Figura 3, em função de vários níveis de potência injetada. A Figura 4 mostra as curvas de desempenho da estrutura em regime transitório, relativas a várias correntes de pico.

#### 7. CONCLUSÕES

As teorias aqui apresentadas conduzem à determinação das dimensões e permitem a avaliação do desempenho de estruturas aceleradoras de elétrons do tipo gradiente constante.

O principal mérito do método empregado está em possibilitar o cálculo dos parâmetros da estrutura em função de algumas das características fundamentais de operação, impostas a priori. Entretanto, em certas expressões utilizadas, são feitas aproximações que limitam a exatidão dos resultados tornando, dessa forma, indispensável o estudo experimental detalhado da estrutura.

Os resultados obtidos no cálculo do desempenho da estrutura  $v_p = c$  revelam sua grande versatilidade; teoricamente, essa estrutura é capaz de acelerar feixes de elétrons em amplas faixas de larguras de pulso e intensidades de corrente. O desempenho da secção agrupadora da primeira estrutura será avaliado em função de sua eficiência de agrupamento, sob várias condições de carga do feixe.

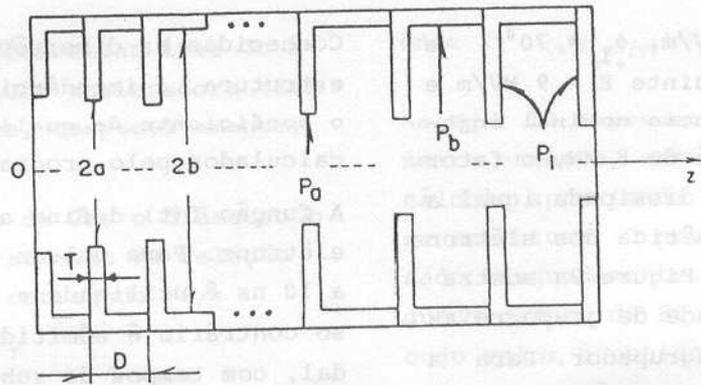


Figura 1: Esquema de uma estrutura aceleradora a íris. Diâmetro da íris:  $2a$ ; diâmetro da cavidade:  $2b$ ; espessura das íris:  $T$ ; comprimento da cavidade:  $D$ .  $P_0$ ,  $P_b$ , e  $P_i$  são as potências RF dissipadas nas paredes internas da cavidade.  
(a) AGRUPADOR

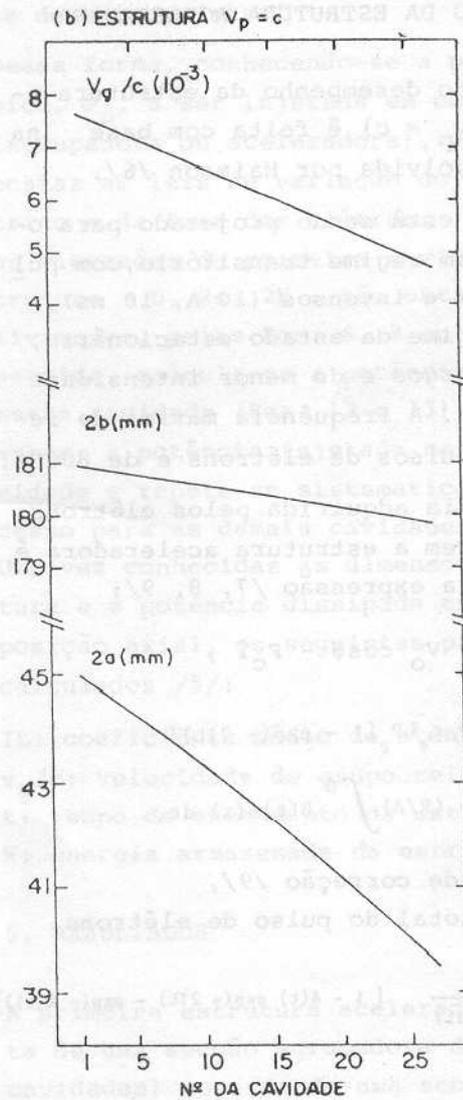
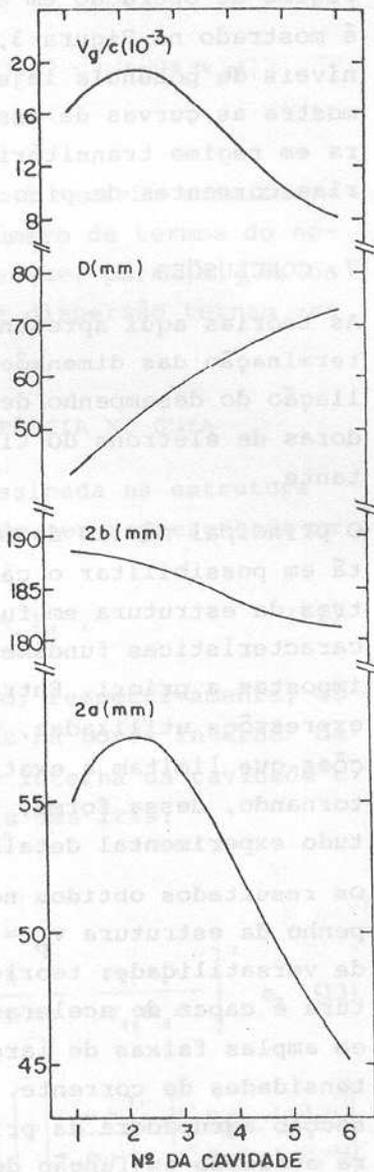


Figura 2: Variação das dimensões e da velocidade de grupo relativa. Seção a agrupadora (a) e segunda estrutura aceleradora (b).

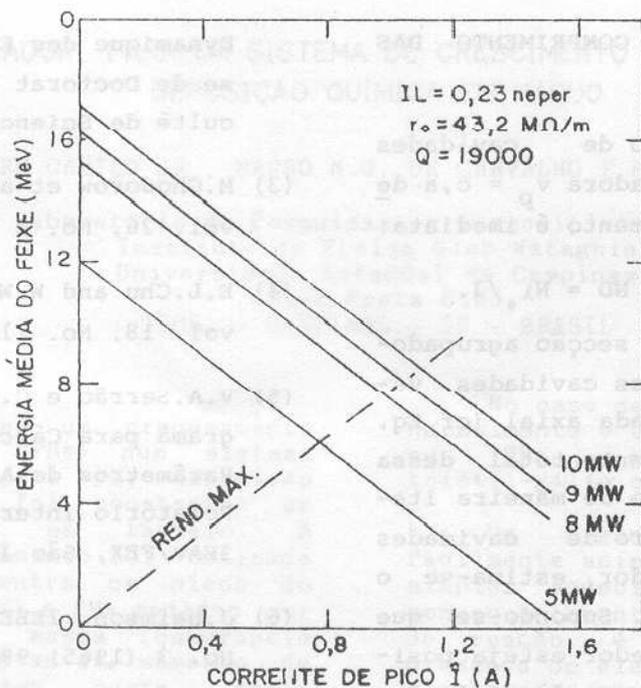


Figura 3: Desempenho teórico da segunda estrutura aceleradora, em regime de estado estacionário (pulsos de 2  $\mu\text{s}$  repetidos a 800 Hz), em função da potência injetada.

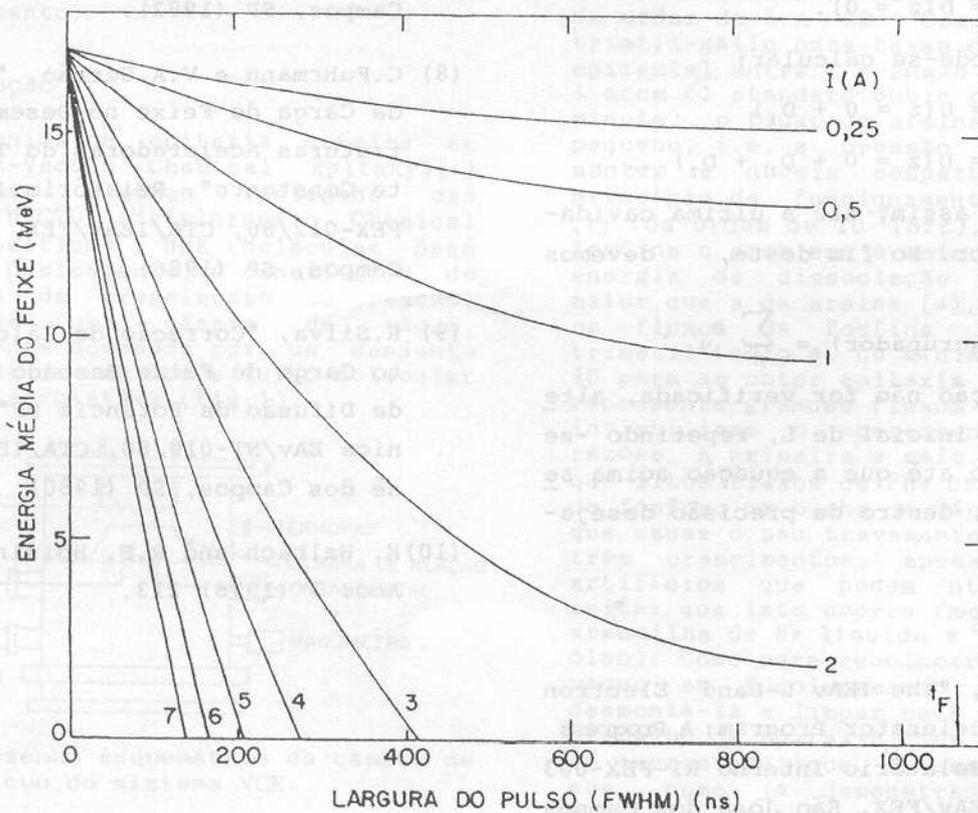


Figura 4: Desempenho teórico da segunda estrutura aceleradora, em regime transitório, em função da corrente de pico do pulso de elétrons.

8. APÊNDICE - CÁLCULO DO COMPRIMENTO DAS SECÇÕES

Estando definido o número de cavidades (N) de uma secção aceleradora  $v_p = c$ , a de terminação de seu comprimento é imediata:

$$L \text{ (estrutura)} = ND = N\lambda_0/3.$$

Por outro lado, para uma secção agrupadora, onde o comprimento das cavidades varia em função da coordenada axial (cf. Eq. 6), o cálculo do comprimento total dessa secção deve ser realizado de maneira iterativa. Escolhido o número de cavidades que deve compor o agrupador, estima-se o valor de seu comprimento. Supondo-se que a primeira íris do agrupador esteja posicionada em  $z = 0$  (cf. Figura 1) calcula-se, com auxílio das Eqs. 3 a 6, o comprimento da primeira cavidade:

$$D_1 = D(z = 0).$$

Em seguida, pode-se calcular:

$$D_2 = D(z = 0 + D_1)$$

$$D_3 = D(z = 0 + D_1 + D_2), \dots,$$

procedendo-se assim, até a última cavidade do agrupador. No fim deste, devemos ter:

$$L \text{ (agrupador)} = \sum_n D_n.$$

Se essa condição não for verificada, altera-se o valor inicial de L, repetindo-se o procedimento até que a equação acima seja respeitada, dentro da precisão desejada.

9. REFERÊNCIAS

(1) C.R.Stopa, "The IEAV L-Band Electron Linear Accelerator Program: A Progress Report", Relatório Interno RI-FEX-003 86, CTA/IEAV/FEX, São José dos Campos SP (1986).  
 (2) J.Bernard, "Étude et Réalisation d'un Accélérateur Linéaire d'Electrons.

Dynamique des Electrons Accélérés", Thèse de Doctorat ès-Sciences, No.201 Faculté de Sciences d'Orsay, France (66)

(3) M.Chodorow et al., Rev. Sci. Instr., vol. 26, No. 2 (1955) 134.  
 (4) E.L.Chu and W.W.Hansen, J.Apl. Phys., vol. 18, No. 11 (1947) 996.  
 (5) V.A.Serrão e C.Fuhrmann, "Estrut: Programa para Cálculo de Dimensões e de Parâmetros de Aceleradores Lineares", Relatório Interno RI-FEX-11/87, CTA/IEAV/FEX, São José dos Campos, SP (1987)  
 (6) J.Haimson, IEEE tr. Nucl. Sci., NS- 12, No. 3 (1965) 996.  
 (7) R.Silva, "Avaliação de Parâmetros de um Acelerador Linear", Nota Técnica - IEAV/NT-014/82, CTA/IEAV, São José dos Campos, SP (1982).  
 (8) C.Fuhrmann e V.A.Serrão, "Influência da Carga do Feixe no Desempenho de Estruturas Aceleradoras do Tipo Gradiente Constante", Relatório Interno RI-FEX-012/86, CTA/IEAV/FEX, São José dos Campos, SP (1986).  
 (9) R.Silva, "Correção do Cálculo do Efeito Carga de Feixe Baseado na Equação da Difusão da Potência RF", Nota Técnica EAV/NT-010/80, CTA/IEAV, São José dos Campos, SP (1980)  
 (10) K. Halbach and R.F. Holsinger, Part. Acc. 7 (1976) 213.