

CÁLCULO PRÁTICO DE CONDUTÂNCIAS NO REGIME MOLECULAR

H. Onusic e L. M. F. Fagundes

Depto. de Física Nuclear, Instituto de Física,
Universidade de São Paulo, C.P. 20.516,
São Paulo - SP.

Utiliza-se a expressão de Knudsen para calcular as condutâncias em regime molecular de dutos de seção circular do tipo anular e cônico. A par disso tenta-se desenvolver cálculos do ponto de vista prático baseados em expressões bem conhecidas que levem aproximadamente aos mesmos resultados, com a introdução de alguns fatores de correção.

Teoria cinética, condutâncias.

1. A EXPRESSÃO DE KNUDSEN

A condutância em regime molecular de dutos de forma geométrica variável pode, em princípio, ser calculada pela expressão (1):

$$C = \frac{4}{3} K' \bar{v} \left[\int_0^L \frac{B}{A^2} d\ell \right]^{-1}$$

onde: A - área da seção transversal do duto

B - perímetro da seção transversal

L - comprimento

$\bar{v}$ - velocidade média aritmética

K' - fator de correção dependente da geometria

O fator K' envolve, na realidade, o cálculo da probabilidade de transmissão através de manipulações matemáticas complicadas que em geral foram omitidas nos livros de Tecnologia do Vácuo das últimas décadas (2,3).

Para o nosso trabalho, só precisamos do mesmo como fator de correção. A expressão de Knudsen aplicada a um duto de secção circular de diâmetro D e comprimento L (K' é unitário neste caso) fornece o resultado:

$$C_t = \frac{\pi}{12} \bar{v} \frac{D^3}{L}$$

Para N_2 a $T \sim 300$ K, teremos:

$$C \sim 12 \frac{D^3}{L} \text{ l/s} \quad D, L \text{ em cm} \quad (1)$$

2. DUTO ANULAR

A expressão de Knudsen, aplicada a dutos anulares, com secção transversal anular constante entre dois tubos concêntricos de diâmetros D_1 e D_2 ($D_2 > D_1$) e comprimento L ($L \gg D_1$) resulta, para N_2 à $T \sim 300$ K, na expressão:

$$C \sim 12 (D_2 - D_1)^2 (D_1 + D_2) \left(\frac{K'}{L} \right) \text{ l/s} \quad (2)$$

com D_1, D_2, L em cm e K' em função de D_1/D_2 é dado na figura 1.

Como o "throughput" no fluxo molecular é fortemente dependente da secção transversal, admitimos tal qual (4) que o "throughput" líquido pode ser aproximado como sendo o fluxo do tubo de diâmetro maior menos o fluxo do tubo de diâmetro menor. Assim, aplicando a expressão {1} duas vezes dá:

$$C \sim 12 (D_2^3 - D_1^3) \left(\frac{H}{L} \right) \quad (3)$$

onde introduzimos um novo fator de correção H . Como a equação {3} deve ser igual à {2}, obtemos:

$$H = (1 - r^2) (1 + r + r^2)^{-1} K'$$

$$\text{onde } r = \frac{D_1}{D_2}$$

Usando os valores $K' \equiv K' (D_1/D_2)$ nós obtemos $H \equiv H(D_1/D_2)$ como plotado na figura 1. O novo fator de correção segue a equação $H + r = 1,0$ com excelente aproximação.

A nova expressão para a condutância de tubos concêntricos com seção transversal constante torna-se então:

$$C \sim \left(\frac{12}{L} \right) (D_2^3 - D_1^3) \left(1 - \frac{D_1}{D_2} \right) \quad (4)$$

Uma avaliação dos erros envolvidos pode ser feita entre as expressões {4} e {2}, em termos da probabilidade de transmissão considerando o orifício anular de entrada.

Assim,

$$P_{K'} = \frac{C_{K'}}{C_0} = \frac{4}{3} \frac{D_2}{L} K' (1 - r)$$

e

$$P_H = \frac{C_H}{C_0} = \frac{4}{3} \frac{D_2}{L} \frac{1 - r^3}{1 + r}$$

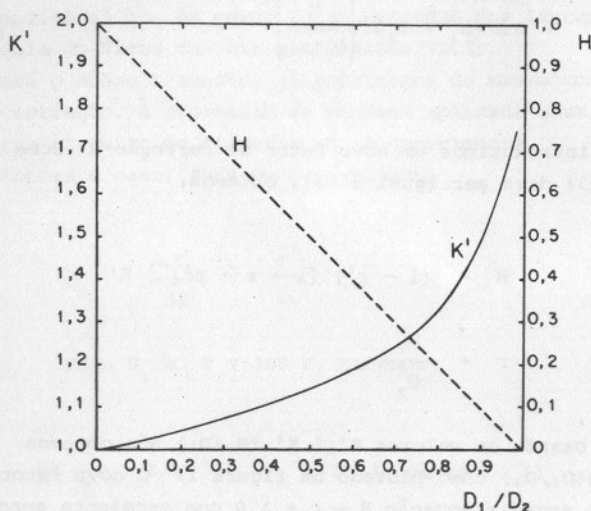


Fig.1 - A variação dos fatores de correção K' e H com a razão dos diâmetros D_1/D_2 .

e com isto fazemos a tabela I.

Observamos que a expressão {4} não necessita de fator de correção e sua aproximação chega, na pior das hipóteses, em -4,0 %.

3. DUTO CÔNICO - SECÇÃO CIRCULAR

Seja um duto cônico de comprimento L e orifício de entrada circular de raio R_1 e de saída R_2 ($R_1 > R_2$). O mesmo obedece à equação genérica:

$$R(l) = R_1 - bl \quad \text{com} \quad b = \frac{(R_1 - R_2)}{L}$$

Tabela I. Avaliação do erro para diversas razões dos diâmetros.

r	$\frac{P_H - P_{K'}}{P_{K'}} \times 100 (\%)$
0	0
0,1	- 1,7
0,2	- 2,1
0,3	- 1,5
0,4	- 0,6
0,5	+ 1,0
0,6	+ 2,5
0,7	+ 3,0
0,8	+ 1,7
0,9	- 4,0
1,0	0

Aplicando a expressão de Knudsen conseguimos:

$$C_{K'} = \frac{\pi}{6} \frac{\bar{v}}{L} \frac{D_1^2 D_2^2}{(D_1 + D_2)} K'$$

onde: $D_1 = 2 R_1$ etc.

Em termos de uma tubulação cilíndrica C_t , tal qual na expressão {1}, podemos escrever:

$$\frac{C_{K'}}{C_t} = \frac{2}{a(a+1)} K' \quad \text{com} \quad a = \frac{D_1}{D_2}$$

Da literatura (5) obtemos a correção como segue:

$$\frac{C_{\text{cônico}}}{C_{\text{orifício entrada}}} = \alpha \left(\frac{R_1}{R_2}, \frac{L}{R_2} \right)$$

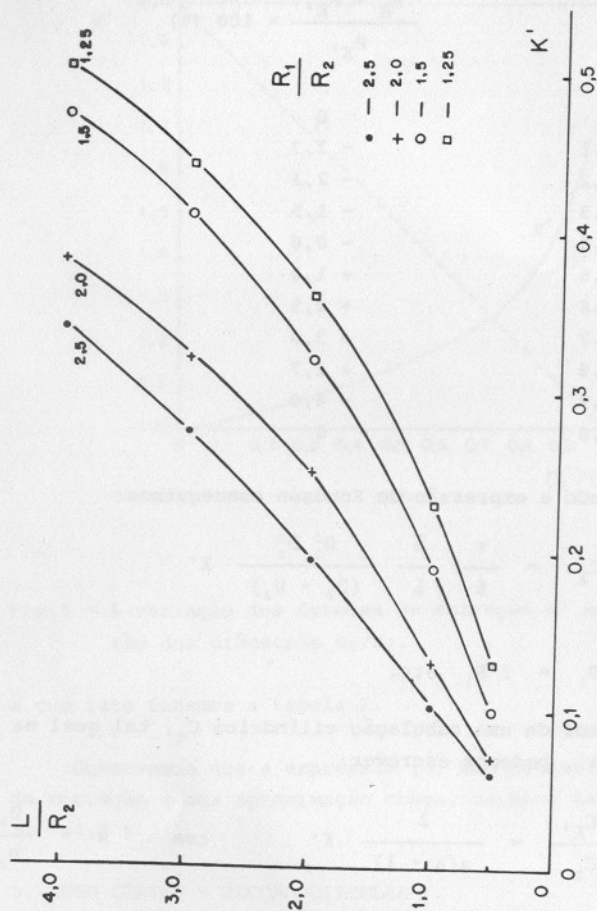


Fig. 2 - A variação do fator de correção K' com a razão do comprimento L e do raio de saída do orifício circular R_2 .

ou seja:

$$\frac{C_{\text{cônico}}}{C_{\text{orifício entrada}}} \equiv \frac{C_{K'}}{C_0} = \alpha$$

e como:

$$C_0 = \frac{\pi}{4} \bar{v} R_1^2$$

ficamos com:

$$\frac{C_{K'}}{C_0} = \frac{16}{\frac{3L}{R_2}} \cdot \frac{K'}{\left(1 + \frac{R_1}{R_2}\right)} = \alpha$$

e, finalmente:

$$K' = \frac{3}{16} \frac{R_2}{L} \left(1 + \frac{R_1}{R_2}\right) \alpha$$

A tabela II exemplifica o fator de correção para $R_1/R_2 = 1,25$

Tabela II. Fator de correção para diversas dimensões do duto cônico com $R_1/R_2 = 1,25$

$\frac{L}{R_2}$	α	K'
0,5	0,60	0,13
1,0	0,54	0,23
2,0	0,43	0,36
3,0	0,35	0,44
4,0	0,30	0,50

O fator de correção K' pode então ser plotado como na figura 2, para várias dimensões e a condutância é calculada simplesmente como:

$$C_{K'} = \frac{2}{a(a+1)} \times C_t \times K'$$

4. CONCLUSÕES

Através da utilização da expressão da condutância de um duto circular (C_t) conseguimos expressões bem simplificadas que do ponto de vista prático são importantes no traço diário de armadilhas, enteparos, bombas difusoras, etc.

5. AGRADECIMENTOS

Agradecemos aos Profs. O. Sala e J. C. Acquadro pelo apoio dado ao Curso de Tecnologia de Vácuo, ministrado pelo nosso Departamento, no qual nasceram as idéias acima.

6. REFERÊNCIAS

- 1) A. Roth, "Vacuum Technology", North Holland, Amsterdam (1976) p.86.
- 2) L. Holland, W. Steckelmacher e J. Yarwood (eds), "Vacuum Manual", SPON, London (1974) p.29.
- 3) W. Steckelmacher, J. Vac. Sci. Technol. 18 (1981) 54.
- 4) H. Onusic, J. Vac. Sci. Technol. 17 (1980) 661.
- 5) M.H. Hablanian, Varian Report VR83 (1964).